

15. Murty M.R. Ramanujan Graphs // Journal of the Ramanujan Mathematical Society. 2003. Vol.18. №1. P.1–20.
16. Frobenius G. Über die Charaktere der symmetrischen Gruppe // Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften. Physikalisch-Mathematische Klass. Berlin, 1900. S.516–534.
17. Frobenius G. Über die charakteristischen Einheiten der symmetrischen Gruppe // Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften. Physikalisch-Mathematische Klass. Berlin, 1903. S.328–358.
18. Weyl H. The Classical Groups: Their Invariants and Representations. Princeton: Princeton University Press, 1939. (Русский перевод: Вейль Г. Классические группы: их инварианты и представления. М., 1947.)
19. Монастырский М.И. В.С.Игнатовский и предыстория открытия топологических инвариантов в квантовой механике // Институт истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова. Годичная научная конференция, 1998. М., 1999. С.424–426.

## АРИСТОТЕЛЕВО НЕОБХОДИМОЕ СЛЕДОВАНИЕ

### ***Н.П.Брусенцов***

Парадоксальность материальной импликации, обретенная в условиях двузначности отношением необходимого следования, и тщетность всех попыток исправить положение изобретением строгих, сильных, релевантных, паранепротиворечивых и прочих импликаций неопровергимо свидетельствуют о неадекватности двузначной логики. Трехзначность присуща следованию, определенному в силлогистике Аристотеля, против которого предназначался вымышленный стоиками «закон» исключенного третьего. Вот оно, это определение: «...когда два [объекта] относятся друг к другу так, что если есть один, необходимо есть и второй, тогда, если нет второго, не будет и первого, однако если второй есть, то не необходимо, чтобы был первый. Но невозможно, чтобы одно и то же было необходимо и когда другое есть, и когда его нет» [1, с.215].

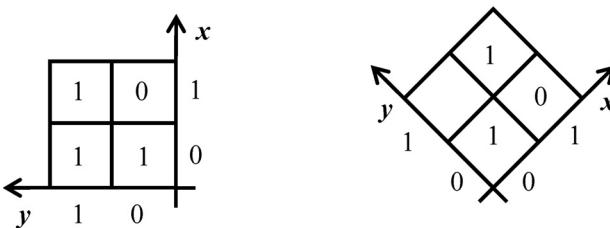
Обозначив «первый» термином  $x$ , «второй» – термином  $y$ , нельзя не усмотреть в определяемом контрапозитивного отношения следования  $y$  из  $x$ :

$$Axy = (x \Rightarrow y)(y' \Rightarrow x').$$

На трехзначность этого отношения указывают слова «однако если второй есть, то не необходимо, чтобы был первый», то есть при соблюдении  $Axy$  обратное отношение  $Ayx$  возможно (не исключено), но не необходимо. Оно необходимо удовлетворяется лишь при соблюдении тождества  $x \equiv y$ , то есть не невозможно, но и не необходимо, а только возможно.

С учетом трехзначности следования материальная импликация естественно избавляется от парадоксов. Значение «1», приписанное ей при  $x = 0$ ,  $y = 1$  из-за отсутствия в двузначной логике третьего, надо заменить символизирующим возможность, то есть не 0 и не 1.

На диаграмме Кэррола [2] клетка с таким значением остается пустой – может быть 0, может быть 1. Полнозначное отображение на ней трехзначного непарадоксального отношения следования  $Axy$  получается из отображения материальной импликации опустошением содержащей «1» клетки  $x'y$ .



Материальная импликация  $x \rightarrow y$       Аристотелево необходимое следование  $x \Rightarrow y$

Алгебраически отношение следования  $x \Rightarrow y$  представимо нечетким множеством двухтерминных дизъюнкций  $VxyV'xy'Vx'y'$  либо соответствующим нечетким классом  $xy \vee \neg xy' \vee x'y'$ , тогда как в Универсуме Аристотеля (УА), предполагающем существование  $VxVx'VyVy'$  всех рассматриваемых терминов и их антиподов [3], следование  $x \Rightarrow y$  сводится к несуществованию  $xy'$ , то есть к  $V'xy'$ , методом индексов Кэррола выразимому как  $xy'_0$ .

В логике Кэрролла следование  $x \Rightarrow y$  представлено конъюнкцией  $x_1 \wedge xy'_0$ , в которой недостает члена  $y'_1$ , предотвращающего общезначимость  $y$ . Таким образом, устранен только один из парадоксов материальной импликации. Непарадоксальна же трехзначная конъюнкция  $x_1 \wedge xy'_0 \wedge y'_1$ . Черная фишечка в клетке  $xy'$  кэрроловой диаграммы «сталкивает» не одну, а обе «сидящие» на стенах  $x$  и  $y'$  красные фишечки в соседние клетки  $xy$  и  $x'y'$ , порождая  $xy_1 \wedge xy'_0 \wedge x'y'_1$ . Четвертая  $x'y$ -клетка диаграммы остается при этом пустой.

Категорически извратил аристотелево следование С.К.Клини, истолковав отношение «Все  $x$  суть  $y$ » как удовлетворяющееся при несуществовании  $x$ , ибо «смысл этот проще и потому полезнее» [4, с.169]. В результате его следование обрело парадоксы материальной импликации. Кэррол сказал бы: «Трехзначная реальность стала двузначной химерой». Где же полезность?

В условиях двузначности неосуществимо умозаключение. Обученные двузначной логике, мы практически пользуемся силлогистикой Аристотеля с ее «все», «некоторые», «все не», то есть «необходимо», «возможно», «невозможно». Возможность (ни «да» / ни «нет», может быть «да» / может быть «нет») – как раз то диалектическое третье, которого недостает двузначной логике.

### Список литературы

1. Аристотель. Сочинения в 4-х томах. М., 1978. Т.2.
2. Кэрролл Л. Символическая логика // Кэрролл Льюис. История с узелками / Пер. с англ. Ю.А.Данилова. М., 1973.
3. Брусенцов Н.П. Аристотелева силлогистика и гераклитово сосуществование противоположностей // Историко-математические исследования. Вторая серия. М., 2009. Вып.13(48). С.270–273.
4. Клини С.К. Математическая логика. М., 1973.

## ТРЕХЗНАЧНОЕ ОБОБЩЕНИЕ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ. ПРЕОДОЛЕНИЕ НЕСОВЕРШЕННОСТИ ДНФ ТРЕХЗНАЧНЫМ ОБОБЩЕНИЕМ ЛОГИКИ

***Н.П.Брусенцов***

Двузначная булева алгебра недостаточна для отображения необходимого следования  $x \Rightarrow y$  – важнейшего логического отношения, представленного в естественном языке словосочетаниями: «Все  $x$  суть  $y$ », «Всем  $x$  необходимо присуще  $y$ », «Сущность  $y$  целиком содержится в сущности  $x$ », «Класс  $x$  является подклассом класса  $y$ , класс  $y'$  – подклассом класса  $x'$ ». Посредством символа эквивалентности « $\equiv$ » это отношение представимо рекурсией  $x = xy$ . Однако в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) представление его неизбежно вырождается либо в эквивалентность  $(x = y) \equiv xy \vee x'y'$ , либо в парадоксальную «материальную импликацию»  $(x \supset y) \equiv xy \vee x'y \vee x'y'$ .

Неадекватность булевой алгебры обусловлена тем, что умалчивание членов ДНФ означает в ней исключенность (несуществование) их, тогда как в действительности наряду с исключенностью имеет место несущественность члена для отображаемого отношения. Так, в ДНФ-выражении отношения следования  $x \Rightarrow y$  член  $xy'$  необходимо исключен, а член  $x'y$  игнорируется как несущественный. Если его исключить, возникнет тождество  $(x = y)$ , а если сохранить, то следование превратится в «материальную импликацию»  $(x \supset y)$ .

Ясно, что несущественность надо отличать от несуществования-исключенности. Кстати, в элементарных конъюнкциях это различие воплощено. Например, термин  $y$  в конъюнкции  $xyz$  утверждаем, в  $xy'z$  – отрицаем, а в  $xz$  – умалчиваем как несущественный, не исключен, но и не необходим (возможен).

Аналогично, в ДНФ умалчиваться должны только несущественные члены, а исключенность надо обозначать специальным символом, например, кэрроловым индексом несуществования «0» [1, с.255].

Отношение необходимого следования  $(x \Rightarrow y)$  в обобщенной таким образом булевой алгебре представимо в трехзначной ДНФ,

Опубликовано: Историко-математические исследования.  
Вторая серия. Вып. 15 (50). М.: Янус-К, 2014. С. 239-241.