

Троичная диалектическая информатика

Н.П.Брусенцов, Ю.С.Владимирова (МГУ)

Неполноценность современной двоичной информатики, наглядно проявляющаяся в невозможности естественного представления чисел со знаком двоичным кодом, обусловлена неадекватностью ее основы - двухзначной логики. Эта так называемая “классическая” формальная логика, базирующаяся на априорном “законе исключенного третьего”, не составляет совершенного отображения реальности, не согласуется со здравым смыслом. Потому она, в отличие, например, от арифметики, практически не используется для решения реальных проблем. По существу это логика искусственного дискретного мира двоичных компьютеров. В ней отсутствуют модальности, возможность неотличима от необходимости. Даже фундаментальнейшее логическое отношение содержательного следования вырождено в “материальную импликацию”, парадоксы которой выдающиеся логики упорно, но тщетно пытаются преодолеть на протяжении почти ста лет.

Понятно, почему не удастся сделать логику школьным предметом, несмотря на то, что воспитание логичного мышления первейшая задача школы, как и вузов, в которых логика, хотя и преподается, но не способствует совершенствованию умов. Положение крайне ухудшилось с компьютеризацией образования: ведь при практической безрезультатности разговоров об интеллектуализации машинной обработки информации и об информационной безопасности совершается повсеместное подавление творческого человеческого интеллекта ходульной двухзначной логикой.

Основоположником логики справедливо считается Аристотель, создавший систему доказательного умозаключения - силлогистику, которая все еще остается непревзойденным интеллектуальным инструментом. Силлогистика диалектична, и в ней нет парадоксов, но она не отобразима в современных логических исчислениях, что стало поводом для подозрений, будто у Аристотеля что-то не так, например, будто он не признавал пустых множеств. На самом деле в силлогистике налицо не только пустые, но и нечеткие множества, открытые Л.Заде в 1965 г. и все еще “не освоенные” современной логикой. Но принципиальное отличие логики Аристотеля от современной “классической” в том, что она не двухзначна, а трехзначна [3]. Вопреки “закону исключенного третьего” у Аристотеля наряду с “необходимо есть” и “необходимо нет”, име-

ется третье - “возможно, есть и возможно, нет”. Трехзначность присуща отношению следования, исчерпывающе определенному Аристотелем в “Первой аналитике” [57b1]:

“...когда два [объекта] относятся друг к другу так, что если есть один, необходимо есть и второй, тогда, если нет второго, не будет и первого, однако если второй есть, то не необходимо, чтобы был первый. Но невозможно, чтобы одно и то же было необходимо и когда другое есть и когда его нет.”

В силлогистике отношение следования представлено общеутвердительной посылкой “ $\forall x (x \text{ есть } y)$ ”, сущность которой в том, что всякая x -вещь необходимо есть xy -вещь, а всякая y' -вещь (не- y -вещь) необходимо есть $x'y'$ -вещь. При этом естественно исключены (невозможны) $x'y'$ -вещи, поскольку x необходимо должно быть y (не может быть y'). Однако вместе с тем, $x'y'$ -вещи не исключены, они **возможны**, но не необходимы в силу наличия xy -и $x'y'$ -вещей. Если же наряду с “ $\forall x (x \text{ есть } y)$ ” выполняется “ $\forall x (x \text{ есть } x')$ ”, то будут исключены как $x'y'$ -, так и $x'y$ -вещи, т.е. получится отношение эквивалентности - “ x равнозначно y ”, выразимое в двухзначной логике: “равнозначно / неравнозначно”. Для отношения же следования требуются три значения: “необходимо есть” / “возможно, но не необходимо” / “невозможно”, поэтому двухзначной импликации для адекватного выражения следования недостаточно. При наличии xy -вещей следование невозможно, а если xy -вещей нет, то следование не исключено, т.е. возможно, но не необходимо. В случаях же несуществования x -вещей, либо y' -вещей, импликация вообще не выражает никакой взаимосвязи между терминами, не составляет двухместного отношения. В этих случаях другой термин волен принимать любое значение независимо.

Для устранения “парадоксов” импликации достаточно предотвратить эти случаи непременности (константности) ее терминов. Так, строгая импликация Льюиса, представляющая собой несуществование xy -вещей, т.е. $\forall x \neg xy$, парадоксально выполняется при несуществовании x -вещей, а также при несуществовании y' -вещей, т.е. при $\forall x$ и при $\forall y'$. Парадоксов не станет, если наряду с $\forall x \neg xy$ потребовать $\forall x$ и $\forall y'$ - существования x -вещей и y' -вещей. В результате импликация Льюиса превращается в аристотелево необходимое следование $\forall x \forall y' xy$ [1]. В совершенной дизъюнктивной нормальной форме этого отношения - $\forall xy \forall y' \neg xy'$ - очевидна его трехзначность: наряду с принадлежностью рассматриваемому подмножеству декартова произведения $\{x, x'\} \times \{y, y'\}$ членов xy , $x'y'$ и антипринадлежностью xy' умалчивается член $x'y$. Умалчиванием выражена третья разновидность принадлежности - привходящая, возможная, но не необходимая. Подмножество, допускающее привходящую принадлежность, нечетко, а представленное им отношение трехзначно.

В математической логике отклонение от аристотелева истолкования общеутвердительной посылки “ $\forall A \text{ суть } B$ ”, превратившее ее из содержательного следования в двухзначную им-

пликацию, Гильберт и Аккерман оправдывали потребностями математических применений логики, “где класть в основу аристотелево понимание было бы нецелесообразно” [2, с.79]. Они не придавали значения тому, что логика при этом утратила содержательность, полагая, что их логическое исчисление “делает возможным успешный охват проблем, перед которыми принципиально бессильно чисто содержательное логическое мышление” [2, с.17].

На самом деле бессодержательной логику сделали 2,3 тыс. лет тому назад античные стоики, также стремившиеся к запредельной абстрактности, которая была осуществлена посредством “высказываний”, подчиненных “закону исключенного третьего”, допускавшему для высказывания только два значения “истинности” - “истина” / ”ложь”. Именно двухзначностью адекватная живой реальности силлогистика Аристотеля превращена в мертвую схоластику. Математическая логика лишь выразила эту “классику” в строгих алгебраических формах, с очевидностью выявивших ее неадекватность [3].

Стоики “скомпенсировали” отсутствие в их логике отношения следования с необходимостью осуществлением умозаключений по правилам *modus ponens* и *modus tollens*. В математической логике также указывают на то, что импликация - это не следование: “Соотношение “если X , то Y ” не следует понимать как выражение для отношения основания и следствия. Напротив, высказывание $X \rightarrow Y$ истинно всегда уже в том случае, когда X есть ложное или же Y истинное высказывание” [2, с.20]. Однако вместе с тем в математической логике даже сами ее основоположники отождествляют двухзначную импликацию с трехзначным аристотелевым следованием, поскольку и то и другое ассоциируется с суждением “Все A суть B ”. В результате с точки зрения математической логики признаны ошибочными безупречные в действительности модусы силлогистики *darapti*, *bamalip*, *felapton*, *fesapo* [2, с.79] и отвергается силлогизм подчинения частного общему, ибо согласно отклонению от аристотелева истолкования в суждении “Все A суть B ” не содержится с необходимостью “Некоторые A суть B ”.

Ян Лукасевич, изобретая в 1920 г. трехзначную модальную логику, в своей обстоятельной книге “Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики” [4] алгебраически “доказал” путем отождествления трехзначного следования с материальной импликацией, что цитированное выше аристотелево утверждение: “Но невозможно, чтобы одно и то же было необходимо и когда другое есть, и когда его нет” неверно. Оно неверно с точки зрения логики, не соблюдающей основной логический закон - закон тождества. Суждение “Все A суть B ”, выражающее отношение следования B из A , нельзя отождествлять с “Ни одно A не есть не- B ”, которым в естественном языке представлено двухзначное отношение импликации.

Беда, по-видимому, в том, что логика немислима без отношения следования, которое в сущности трехзначно, и в двухзначной логике естественно отсутствует. Отношение, называемое импликацией, подобно следованию, выражается тем же “если ..., то ...” и обозначается той же стрелкой \rightarrow . Не удивительно, что импликацию принимают за следование. Но если без сле-

дования нет логики, то логика с импликацией в качестве следования тем более не логика. В ней из несуществующего следует “все, что угодно”, из “ $2 \times 2 = 4$ ” следует, что “снег бел”.

Это все та же ущербная, пренебрегающая здравым смыслом двухзначная логика, и результат ее внедрения, естественно, не оправдывает ожиданий. Так, в книге Т.Оппенгеймера [5] неопровержимо доказана пагубность компьютеризации обучения в школах США. Автор настаивает на удалении компьютеров из школы, что едва ли осуществимо в сложившейся ситуации. Но ведь корень зла не в компьютерах, а в заложенной в них примитивной, противоестественной логике дискретного двоичного мира, которая прививается учащимся, блокируя их способность овладеть логикой мира реального. Окажись в компьютерах благоразумная естественная логика, результат компьютеризации обучения был бы диаметрально противоположным.

Однако, адекватной (диалектической) логики сегодня нет не только в компьютерах, но и во всей “науке о мышлении”, даже в той ее части, которая не подчинена догматическому “закону исключенного третьего” (неправоммерно приписываемому Аристотелю), и сосредоточилась на изобретении недвухзначных (“неаристотелевых”) логик. Изобретательство это безуспешно, потому что носит чисто формальный характер. Если бы исследовали проблему по существу, то обнаружили бы, во-первых, что логика Аристотеля трехзначна, а во-вторых, что трехзначность - необходимое, но не достаточное условие адекватности логики. Логика же Аристотеля адекватна, поэтому изобретать неаристотелевы логики нет смысла.

Отрадным исключением является “Символическая логика” Льюиса Кэррола [6], не нашедшая (как и аристотелева) должного понимания и надлежащего развития. У Кэррола нет ни бессодержательных “истинных”/”ложных” высказываний, ни “закона исключенного третьего”. Его логика исследует суждения, выражающие взаимосвязи (отношения) вещей, охарактеризованных совокупностями признаков (особенностей). “Во Вселенной множество *вещей*... Вещи обладают *признаками*... Любой признак или любую совокупность признаков будем называть также *особенностью* вещи.”

Суждение рассматривается как естественноречевое выражение отношения, которым связаны обозначаемые посредством *терминов* x, y, z, \dots особенности вещей. Вместе с тем сущность того же отношения Кэррол наглядно отображает на изобретенной им диаграмме и алгебраически так называемым “методом индексов”, позволяющим формально получить содержательное умозаключение из данных суждений, если оно существует.

Диаграмма Кэррола внешне тождественна таблице истинности Пирса, используемой для определения булевых функций. Однако истолковывается представленное диаграммой не экстенционально (не как класс вещей), а интенционально - как множество вещей, а точнее, как подмножество декартова произведения попарно противоположных особенностей. Кроме того, клеткам диаграммы присваивается не одно из двух, а одно из трех значений - наряду с содержащими “0” либо “1” допускаются незанятые (пустые) клетки, означающие несущественность

принадлежности соответствующих им вещей представленному на диаграмме подмножеству. Правда, сам Кэррол понимал значение “1” как существование, значение “0” как несуществование вещи, а незанятость клетки у его не утверждает ни того, ни другого.

Например, отношение строгой импликации Льюиса $V'xu'$ на двухтерминной диаграмме Кэррола представлено единственным значением “0” в xu' -клетке. Кэррол выражал это отношение тройко: общеотрицательным суждением “Ни один xu' не существует”, либо “Ни один x не есть y' ”, либо “Ни один y' не есть x ”.

Общеутвердительное суждение “Все x суть y ” у Кэррола содержало в себе необходимо следующее из него частноутвердительное “Некоторые x суть y ”, равносильное суждению существования “Некоторые xu существуют”. Кэррол называл “Все x суть y ” двойным суждением, эквивалентным двум суждениям: “Ни один x не есть y' ” и “Некоторые x суть y ”, т.е. $V'xu'Vu$ - на диаграмме “0” в клетке xu' и “1” в клетке xu .

Ясно, что это уже не импликация (один из ее парадоксов устранен), но еще и не полноценное аристотелево следование. Не учтена контрапозитивность следования - оплошность, присутствующая, по-видимому, всем известным попыткам алгебраизации силлогистики. Восполнением этого упущения [7] “Символическая логика” Кэррола превращается в наредкость стройное и безупречное изложение категорической силлогистики Аристотеля - фундамента диалектической логики.

Важнейшим критерием содержательности логики оказался выявленный в основании силлогистики Аристотеля диалектический принцип *сосуществования противоположностей* [8]. Контрапозитивность общеутвердительного суждения, как и симметричность отношения, выражаемого общеотрицательным суждением, представляют собой очевидные проявления этого принципа. Сущность же его в том, что обозначаемые посредством терминов x, y, z, \dots первичные (несоставные) особенности $x, x', y, y', z, z', \dots$ обретают смысл только в результате сопоставления вещей, обладающих противоположными особенностями, например, x -вещи с x' -вещью.

Другими словами, принцип сосуществования противоположностей означает, что подмножеству декартова произведения $\{x, x'\} \times \{y, y'\}$, отображающему содержательное отношение, необходимо принадлежат (сосуществуют в нем) все попарно противоположные особенности - $VxVx'VyVy'$. На диаграмме Кэррола выражение $VxVx'VyVy'$ отображается наличием фишки существования “1” на каждой из четырех внутренних стенок, означающим непустоту классов x, x', y, y' .

Это адекватный реальности Универсум Аристотеля (УА) - основа содержательной логики [8]. Именно в нем льюисова импликация $V'xu'$ и кэрролово $VxV'xu'$ необходимо превращаются в полноценное следование:

$$(V'xy')(VxVx'VyVy') \equiv VxyV'xy'Vx'y'$$

$$(VxV'xy')(VxVx'VyVy') \equiv VxyV'xy'Vx'y'$$

Несуществование какой-либо из возможных на двухтерминной диаграмме вещей, например, $xу$ -вещи, в УА означает существование двух смежных с ней вещей:

$$(V'xy)(VxVx'VyVy') \equiv V'xyVxVy \equiv V'xyVxy'Vx'y'$$

Существование же, например, $xу'$ -вещи в силу принципа сосуществования противоположностей необходимо влечет также существование ее антипода - $x'y$ -вещи. Поэтому частноутвердительная и частноотрицательная посылки силлогистики оказываются двойными и их всего две, а не четыре:

$$Ixу \equiv Axу \vee Ayx \equiv VxyVx'y'$$

$$Oxy \equiv Exу \vee Ex'y' \equiv Vxy'Vxy'$$

Вместе с тем, общих посылок оказывается не две, а четыре, впрочем, сводящиеся к одной инвертированием терминов: $Exу \equiv Ax'y'$, $Ex'y' \equiv Ax'y$, $Ayx \equiv Ax'y'$.

Алгебра силлогистики, соответствующая кэрролову истолкованию его диаграммы с фишками, символизирующими существование и несуществование вещей, сопоставленных клеткам и разделяющим клетки “стенкам”, аналогична “методу индексов”, но вместо индексов использует префиксный функтор существования V - “дизъюнкт” (интегральная дизъюнкция, подобная интегральной сумме Σ) и его инверсию V' - символ несуществования. Представленное на диаграмме отношение отображается конъюнкцией дизъюнктов, неинвертированных и инвертированных, а члены конъюнкции, соответствующие пустым клеткам, умалчиваются.

Дизъюнктивная алгебра компьютеризована путем отображения диаграммы-матрицы в одномерную ДК-шкалу тритов [9,10], сопоставленных клеткам диаграммы в порядке “убывания” соответствующих им особенностей: $xу$, $xу'$, $x'y$, $x'y'$. Каждый трит принимает одно из трех значений: “+” - существование, “-” - несуществование, “0” - умалчивание. Например, следование $(x \Rightarrow y) \equiv VxyV'xy'Vx'y'$ отображается значением четырехтритной шкалы: $+ - 0 +$, частноотрицательная посылка Oxy кодируется значением: $0 + + 0$.

Всего в силлогистике восемь двухместных отношений [11]:

$$Axу \equiv Ay'x' \equiv Exу' \equiv Ey'x \equiv + - 0 +$$

$$Ayx \equiv Ax'y' \equiv Eyx' \equiv Ex'y \equiv + 0 - +$$

$$Exу \equiv Eyx \equiv Axу' \equiv Ayx' \equiv - + + 0$$

$$Ex'y' \equiv Ey'x' \equiv Ax'y \equiv Ay'x \equiv 0 + + -$$

$$Ixу \equiv Ix'y' \equiv Iyx \equiv Iy'x' \equiv Oxy' \equiv Oyx' \equiv Ox'y \equiv Oy'x \equiv + 0 0 +$$

$$Oxy \equiv Oy'x' \equiv Oyx \equiv Ox'y' \equiv Ixy' \equiv Iy'x \equiv Ix'y \equiv Iyx' \equiv 0 + + 0$$

$$x \Leftrightarrow y \equiv AxуAyx \equiv Exу'Eyx' \equiv + - - +$$

$$x \leftrightarrow y' \equiv ExyEx'y' \equiv Axy'Ay'x \equiv -++-$$

Компьютеризованное доказательство умозаключений (правильных модусов силлогизма) осуществляется путем представления двухтерминных посылок трехтерминными шкалами, из пересечения которых элиминацией среднего термина выявляется искомое заключение, если оно существует. Например, модус *barbara*: $Ayz \wedge Axy \Rightarrow Axz$ в трехтерминных x,y,z -шкалах реализуется так:

$$Ayz \equiv +-0+-0+$$

$$Axy \equiv ++-00++$$

$$Ayz \cap Axy \equiv +---000+$$

элиминация y дает x,z -шкалу $+0+$, т.е. Axz .

Подчиненность частных посылок общим доказывается пересечением кодирующих эти посылки шкал. Так, подчинение $Axy \Rightarrow Ixy$, равносильное $Axy \wedge Ixy = Axy$, удостоверяется пересечением $+0+ \cap +00+ = +0+$.

В базируемой на сосуществовании противоположностей силлогистике доказуемы все сомнительные с точки зрения классической логики модусы, а также ряд модусов, упущенных традиционной силлогистикой. Например, из посылок сомнительного модуса *bamalip* на самом деле следует не только частное, но и общее заключение:

$$Azy \equiv +0-++0-+$$

$$Ayx \equiv ++00--++$$

$$Azy \cap Ayx \equiv +0-0---+$$

Элиминировав y , имеем $+0-+ \equiv Azx \equiv Ax'z'$, т.е. $Azy \wedge Ayx \Rightarrow Azx$.

Коррекцией традиционной теории является доказательство отрицаемого ею модуса первой фигуры $Iyz \wedge Axy \Rightarrow Ixz$:

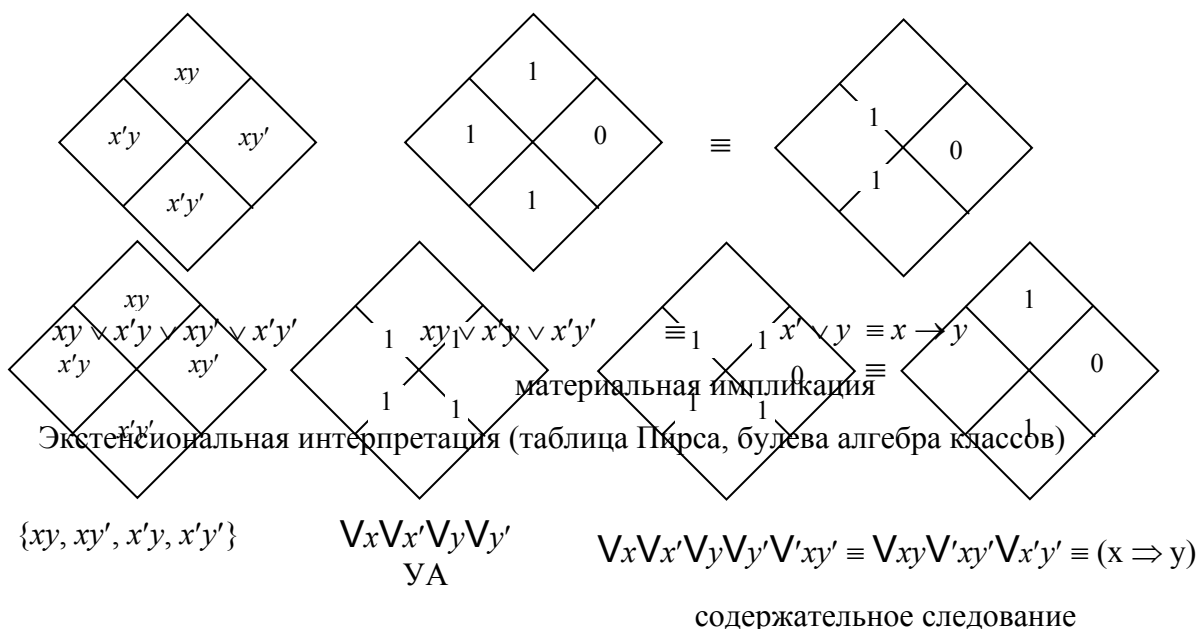
$$Iyz \equiv +00++00+$$

$$Axy \equiv ++-00++$$

$$Iyz \cap Axy \equiv +0---000+$$

что по исключению y есть $+00+$, т.е. Ixz .

Таким же образом доказуема правильность другого непризнанного модуса первой фигуры $Iyz \wedge Exy \Rightarrow Oxz$, а также аналогичных модусов других фигур.



Л и т е р а т у р а

1. Брусенцов Н.П. Трехзначная интерпретация силлогистики Аристотеля // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 8 (43). – М.: «Янус-К», 2003, с.317-327.
2. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. – М.: ИЛ, 1947.
3. Лосев А.Ф. Критические заметки о буржуазной математической логике // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 8 (43). – М.: «Янус-К», 2003, с.339-401.
4. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. – М.: ИЛ, 1959.
5. Oppenheimer T. The Flickering Mind: The False Promise of Technology in the Classroom and How Learning Can Be Saved. – New York, Random House, 2003. 512 pages.
6. Кэррол Л. Символическая логика // Льюис Кэррол. История с узелками. – М.: «Мир», 1973, с.189-361.
7. Брусенцов Н.П. Диаграммы Льюиса Кэррола и аристотелева силлогистика // «Вычислительная техника и вопросы кибернетики», вып. 13. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1977. С. 164-182.
8. Брусенцов Н.П. Блуждание в трех соснах (Приключения диалектики в информатике). М.: SVR-Аргус, 2000. (<http://www.computer-museum.ru/books/archiv/3pines.zip>)
9. Брусенцов Н.П., Владимирова Ю. С. Компьютеризация булевой алгебры. // Доклады Академии Наук, 2004, том 395, № 1. С. 7-10.
10. Брусенцов Н.П., Владимирова Ю.С. Троичная компьютеризация логики. // Математические методы распознавания образов: 12-я Всероссийская конференция: сборник докладов. – М.: МАКС Пресс, 2005. С. 40-42.
11. Брусенцов Н.П. Реанимация аристотелевой силлогистики // Реставрация логики. – М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2005. С. 140-145.

Доложено на Международной научной конференции «SORUCON.2006: Развитие вычислительной техники в России и странах бывшего СССР: история и перспективы» Петрозаводск, 3-7 июля 2006 г.

Опубликовано: SORUCON.2006: Развитие вычислительной техники в России и странах бывшего СССР: история и перспективы: материалы междунар. конф. (3-7 июля 2006 года): В 2 ч. Ч. 1. – Петрозаводск. 2006. С. 153-159.