Реанимация аристотелевой силлогистики

Н.П. Брусенцов

Стремясь устранить парадоксы материальной импликации, К.И.Льюис [1, с.8] ввел «строгую импликацию», определив ее как несуществование xy'-вещей, выражающееся отрицанием функтора существования: $\Diamond' xy'$, что равнозначно $\mathrm{M}'xy'$, а также $\vee' xy'$. Казалось бы, это такая взаимосвязь терминов x и y (которая действительно строже материальной импликации), при которой x-вещь не может быть y'-вещью и необходимо будет xy-вещью, т.е. всякая x-вещь непременно будет xy-вещью, и из x необходимо следует y. На самом деле несуществование xy'-вещей не означает еще следования y из x. Ведь для несуществования xy'-вещей достаточно несуществования x-вещей независимо от y либо несуществования y'-вещей независимо от x, причем в обоих случаях о взаимосвязанности x и y нет и речи. Ясно, что импликацию Льюиса надо уточнить, потребовав, помимо несуществования xy', также существование x-вещей и существование y'-вещей. В результате необходимое следование y из x выразится конъюнкцией

$$\vee x \vee' xy' \vee y'$$

В совершенной нормальной форме – $\vee xy \vee' xy' \vee x'y'$ это выражение явно свидетельствует о том, что льюисова строгая импликация $\vee' xy'$ обретает характер необходимого аристотелева следования при наличии сосуществования противоположностей x, x' и y, y'. Именно этот диалектический постулат Гераклита-Аристотеля [2]

$$\vee x \vee x' \vee y \vee y'$$

находится в основе силлогистики. Содержательно необходимость его обусловлена тем, что сущность первичных (несоставных) терминов неопределима иначе, чем сосуществованием вещей, которым присущи, с вещами, которым антиприсущи обозначенные этими терминами качества. Вместе с тем, сосуществование противоположностей означает переменность (неконстантность) первичных терминов, благодаря которой возникает взаимосвязанность особенностей и охарактеризованных их совокупностями вещей.

В случае того же следования сосуществование противоположных особенностей $\bigvee x \bigvee x' \bigvee y \bigvee y'$ равносильно непустоте классов x, x', y, y'. При этом пустота подкласса xy' в непустом классе x есть непустота подкласса xy, т.е. существование xy-вещей, а в непустом классе y' это непустота подкласса $x'y'$, т.е. существование $x'y'$-вещей. Таким образом, в алгебре классов следованию y из x соответствует класс, необходимо включающий подклассы xy и $x'y'$ при необходимой исключенности xy'. Подкласс же $x'y$-вещей не включен в него и не исключен с необходимостью, а обладает привходящим статусом – может быть включен, может быть исключен в зависимости от еще не принятых во внимание обстоятельств. Обозначив это «третье значение истинности», промежуточное между булевыми 0 и 1, буквой σ, от συμβεβηκος – привходящее, получим обобщенное СДНФ-выражение содержательного следования y из x в виде

$$xy \vee \sigma x'y \vee x'y'$$

Это экстенсиональное (объемное) представление следования в обобщенной добавлением σ булевой алгебре классов. Оно равнозначно сконструированному выше интенсиональному (множественному) представлению, отличающемуся, впрочем, тем, что в нем умалчиваются не антипринадлежащие множеству члены, а привходящие. Но в булевой алгебре классов принято умалчивать то, что необходимо исключено, и эта традиция соблюдена ради единообразия обобщенной и привычной людям необобщенной алгебры.

А если пренебречь привычностью, то следовало бы умалчивать привходящее, инвертируя исключаемое, как это принято в элементарных конъюнкциях и дизъюнкциях. При таком подходе, обозначив инверсию знаком минус, имеем выражение рассматриваемого нечеткого класса в виде

$$xy \vee -xy' \vee x'y'$$

Здесь необходимо включенное принимает значение 1, необходимо исключенное – значение -1, а привходящее – значение 0. Операции конъюнкции и дизъюнкции определены как выбирающие соответственно минимальное и максимальное из значений операндов; инверсия изменяет знак инвертируемого значения.

СДНФ-выражение функции n переменных кодируется 2^n-тритной шкалой – вектором тритов, сопоставленных индивидным конъюнкциям в порядке убывания их числовых значений слева направо. При $n = 2$ это будет вектор xy, xy', $x'y$, $x'y'$, и значение шкалы, представляющее следование y из x, отобразится четверкой +–0+, где «+» означает необходимо включенное, «-» – необходимо исключенное, «0» – привходящее.

Кодирование выражений алгебры нечетких классов шкалами тритов позволяет просто и эффективно компьютеризировать обобщенную булеву алгебру аналогично компьютеризации при помощи битных шкал необобщенной (двухзначной) алгебры [3]. Шкала, отображающая СДНФ-выражение как упорядоченную совокупность его членов, называется дизъюнктивной (ДК-шкалой). Конъюнкция, дизъюнкция и булево отрицание n-терминных выражений реализуется соответственно пересечением, объединением и инверсией отображающих эти выражения ДК-шкал, т.е. компьютерными операциями побитной конъюнкции, дизъюнкции и инверсии кодирующих шкалы тритных векторов.

Включение в алгебру логики нечеткости (третьего-привходящего) открывает, наряду с адекватным представлением содержательного следования, возможность алгебраизации и компьютеризации «неклассических» логик, в частности, модальной, и силлогистики Аристотеля, отреставрированной на принципе сосуществования противоположностей [7]. Для прояснения сущности этих логик предпочтительна интенсиональная (множественная) трактовка рассматриваемой совокупности вещей, употребленная выше при первоначальном конструировании формулы необходимого следования. Преимущество ее в явном выражении статуса существования посредством префикса $\bigvee$ – аналога интегральной суммы Σ в математике. Посредством этого префикса (“дизъюнкта”) можно просто и исчерпывающе охарактеризовать важнейшие типы логик, сформулировав отличающие их постулаты. В сущности это характерные для данного типа общезначимые выражения (тавтологии), составляющие каждое атрибут универсума этого типа [4]:

аристотелев универсум УА – $\mathsf{V}x\mathsf{V}x'$,

интуиционистский (модальный) универсум УИ – $\mathsf{V}x \vee \mathsf{V}x'$,

«паранепротиворечивый» универсум Поста УП – $\mathsf{V}'x \vee \mathsf{V}'x'$,

«классический» (булев) универсум УБ – $(\mathsf{V}x \vee \mathsf{V}x')(\mathsf{V}'x \vee \mathsf{V}'x')$,

пустой универсум $\varnothing$ – $\mathsf{V}'x\mathsf{V}'x'$,

общий универсум УО – $\mathsf{V}x \vee \mathsf{V}'x$

Очевидна следующая взаимосвязанность универсумов:

УО ≡ УИ ∨ УП, УБ ≡ УИ ∧ УП, УИ ≡ УБ ∨ УА, УП ≡ УБ ∨ $\varnothing$.

В «Логике истины» Р.Х. фон Вригта [5], если функтор Тx отождествить с $\mathsf{V}'x'$, исчисление TL будет соответствовать УИ, а исчисление T′L – УП. Если же принять Тx ≡ $\mathsf{V}x$, то TL соответствует УП, а T′L – УИ. Однако ни в том, ни в другом случае нечеткость множеств и классов в Т-исчислениях не возникает, несмотря на то, что «логика истины» трехзначна. Дело в том, что трехзначны в ней только первичные термины, как и в булевой алгебре элементарных конъюнкций и дизъюнкций, а функтор Тx подчинен закону исключенного третьего, т.е. двухзначен: Тx ∨ Т′x ≡ 1. Кстати, так же устроены и иные современные трехзначные логики.

У Аристотеля же все наоборот: в «началах доказательства» четкая определенность, двухзначность терминов, ибо о неопределенном нелепо рассуждать, а привходящее затем возникает как выражение нечеткой взаимосвязи четко обозначенных вещей – нечеткое их множество либо нечеткий класс. Более того, существованием термина x признается только сосуществование противоположных относительно x вещей, т.е. $\mathsf{V}x\mathsf{V}x'$, а одиночный функтор $\mathsf{V}x$, строго говоря, выражает лишь возможность существования (потенциальное, гипотетическое существование).

Воссозданная на основе принципа сосуществования противоположностей трехзначная силлогистика Аристотеля содержит следующие восемь двухместных отношений следования, существования и тождества, выраженных традиционной символикой и представленных ДК-шкалами тритов:

Аxy ≡ А$y'x'$ ≡ Еxy' ≡ Е$y'x$ ≡ +–0+

Ayx ≡A$x'y$ '≡ Eyx' ≡ E$x'y$ ≡ +0–+

Exy ≡ Eyx ≡ Axy' ≡ Ayx' ≡ –++0

E$x'y'$ ≡E$y'x'$ ≡ A$x'y$ ≡A$y'x$ ≡ 0++–

Ixy ≡ I$x'y'$ ≡ Iyx ≡ I$y'x'$ ≡ Oxy' ≡ Oyx' ≡ O$x'y$ ≡ O$y'x$ ≡ +00+

Oxy ≡ O$y'x'$ ≡ Oyx ≡ O$x'y'$ ≡ Ixy' ≡ I$y'x$ ≡ I$x'y$ ≡ Iyx' ≡ 0++0

$x \Leftrightarrow y$ ≡ AxyAyx ≡ Exy'Eyx' ≡ +––+

$x \Leftrightarrow y'$ ≡ ExyE$y'x'$ ≡ Axy'A$y'x$ ≡ –++–

Компьютеризованное доказательство умозаключений (правильных модусов силлогизма) осуществляется путем представления двухтерминных посылок трехтерминными шкалами, из пересечения которых элиминацией среднего термина выявляется искомое заключение, если оно существует. Например, модус *barbara:* AyzAxy ⇒ Axz в трехтерминных *x,y,z*-шкалах реализуется так:

Ayz ≡ +–0++–0+

Axy ≡ ++––00++

Ayz ∩ Axy ≡ +–––0-0+

элиминация y дает *x,z*-шкалу +–0+, т.е. Axz.

Подчиненность частных посылок общим доказывается пересечением кодирующих эти посылки шкал. Так, подчинение Axy ⇒ Ixy, равносильное AxyIxy = Axy, удостоверяется пересечением +-0+ ⋂ +00+ = +-0+.

В базируемой на сосуществовании противоположностей силлогистике доказуемы все сомнительные с точки зрения классической логики модусы, а также ряд модусов, упущенных традиционной силлогистикой. Например, из посылок сомнительного модуса *bamalip* на самом деле следует не только частное, но и общее заключение:

Azy ≡ +0–++0–+

Ayx ≡ ++00––++

Azy ⋂ Ayx ≡ +0–0–––+

Элиминировав y, имеем +0–+ ≡ Azx ≡ A$x'z'$, т. е. AzyAyx ⇒ Azx.

Впечатляющей коррекцией традиционной теории является доказательство отрицаемого ею модуса первой фигуры IyzAxy ⇒ Ixz:

Iyz ≡ +00++00+

$\mathrm{A}xy \equiv ++--00++$

$\mathrm{I}yz \bigcap \mathrm{A}xy \equiv +0--000+$

что по исключении y есть +00+, т.е. $\mathrm{I}xz$.

Таким же образом доказуема правильность другого непризнанного модуса первой фигуры $\mathrm{I}yz\mathrm{E}xy \Rightarrow \mathrm{O}xz$, а также аналогичных модусов других фигур.

Корректировка традиционной силлогистики оказывается настолько значительной, что невольно возникает подозрение, а не ошибочна ли эта коррекция, подобно большинству попыток поправлять Аристотеля. Но на сей раз ничто из добавляемого положениям его не противоречит, а сам принцип сосуществования противоположностей вполне усматривается в контрапозитивности общеутвердительного суждения: $\mathrm{A}xy \equiv \mathrm{A}y'x'$, почему-то исследователями силлогистики упускаемой.

Даже Льюис Кэррол [6], установив, что в суждении $\mathrm{A}xy$ необходимо содержится $\mathrm{I}xy$, игнорируя контрапозитивность, полагает $\mathrm{A}xy \equiv \mathrm{V}xy\ \mathrm{V}'xy'$, благодаря чему устраняется только один из двух парадоксов импликации Льюиса. Именно так истолковывает $\mathrm{A}xy$ и традиционная силлогистика: $\mathrm{A}xy \equiv +-00$, $\mathrm{I}xy \equiv +000$, $\mathrm{A}y'x' \equiv 0-0+$, $\mathrm{I}y'x' \equiv 000+$. При этом модус $\mathrm{A}yz\mathrm{I}xy \Rightarrow \mathrm{I}xz$ оказывается правильным, а $\mathrm{I}yz\mathrm{A}xy \Rightarrow \mathrm{I}xz$ неправильным. Но беда в том, что неверно определено отношение $\mathrm{A}xy$ – ему не присуща контрапозитивность аристотелева содержательного следования. Чтобы логика была здравой, непарадоксальной, необходимо принять $\mathrm{A}xy \equiv +-0+ \equiv \mathrm{A}y'x'$, $\mathrm{I}xy \equiv +00+ \equiv \mathrm{I}x'y'$, т.е. соблюсти принцип сосуществования противоположностей.

Литература

1. Слинин Я.А. Современная модальная логика. Л., 1976.
2. Брусенцов Н.П. Интеллект и диалектическая триада // «Искусственный интеллект», 2’2002. – Донецк, 2002. С. 53-57.
3. Брусенцов Н.П., Владимирова Ю.С. Компьютеризация булевой алгебры // Доклады Академии наук, 2004, том 395, № 1. С. 7-10.
4. Брусенцов Н.П. Блуждание в трех соснах. – М.: S∨R-Аргус, 2000; http://www.computer-museum.ru/books/archiv/3pines.zip
5. Вригт Г.Х. фон. Логика истины // Г.Х. фон Вригт. Логико-философские исследования. Избранные труды. – М.: «Прогресс», 1986. С.555-579.

6. Кэррол Л. Символическая логика // Льюис Кэррол. История с узелками. – М.: «Мир», 1973. С.188-361.

7. Брусенцов Н.П. Трехзначная интерпретация силлогистики Аристотеля. // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып.8 (43), 2003. С.317-327.

Опубликовано: Реставрация логики. – М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2005. С. 140-145.