

Н.П.Брусенцов

О содержательном истолковании логико-алгебраических выражений

Содержательная алгебра логики предполагает не формальную логику высказываний и предикатов, а логику реальных вещей, определяемых совокупностями присущих и антиприсущих им *качеств*. Термины x, y, z, \dots обозначают первичные (несоставные) качества. Присущности и антиприсущности терминов суть *существенные особенности* вещей. *Сущность* вещи представляется конъюнкцией ее особенностей, в которой антиприсущие термины снабжены штрихами, а *несущественные (привходящие)* особенности умалчиваются.

Например, конъюнкция $xu'w$ на наборе терминов x, y, z, w выражает сущность $xu'w$ -вещи, которой присущи качества x и w , антиприсуще y , а качество z несущественно, может как быть, так и не быть.

Содержательно “конъюнкция” выражает *совместность*, а “дизъюнкция” - *сосуществование*, как показывает приведенный пример:

$$xu'zw \vee xy'z'w = xy'(z \vee z')w = xu'w$$

Дизъюнкция сущностей выражает особенность, присущую каждой из вошедших в нее вещей и обозначающую *класс*, включающий все эти вещи. Булева алгебра, удовлетворяя закону исключенного третьего, не допускает в своих классах привходящих вещей - не включенные в дизъюнкцию вещи из класса необходимо исключены. В такой алгебре при отображении даже простейших реальных отношений возникают парадоксы.

Чтобы восстановить адекватность алгебры и отображаемой ею логики, необходимо упразднить из нее закон исключенного третьего, распространив существующий для первичных особенностей статус привходящего на составные особенности - конъюнкции, определяющие вещи и классы вещей.

Подобно несущественным терминам в конъюнкциях, привходящие вещи в дизъюнкциях, определяющих классы, надлежит умалчивать, а исключаемые - отмечать аналогичным штриху символом - знаком минус. Например, отношение необходимого следования, вырожденное в двухзначной алгебре в парадоксальную материальную импликацию:

$$x \rightarrow y = xy \vee x'y \vee x'y' = x' \vee y,$$

в усовершенствованной предложенным образом трехзначной алгебре получается содержательно безукоризненным [1]:

$$x \Rightarrow y = xy \vee -xy' \vee x'y' = x \vee -xy' \vee y'.$$

Поскольку из данного класса xu' -вещи исключены, то каждая x -вещь необходимо будет xu' -вещью, а каждая y' -вещь не может не быть $x'y'$ -вещью, т.е. из x необходимо следует y , а из y' необходимо следует x' . Невхождение в дизъюнкцию $x'y$ -вещи означает ее несущественность для представленного отношения: из x' не следует с необходимостью y , как и из y не следует x' .

Таково содержательное истолкование трехзначного выражения алгебры классов, представляющее контрапозитивное отношение непарадоксального необходимого следования $x \Rightarrow y$, оно же $y' \Rightarrow x'$. Графически это отношение отображается трехзначной таблицей истинности Пирса. Оказывается, Пирс в 1909 г. обобщил свою общепринятую двухзначную таблицу, приведя ее в соответствие с непарадоксальной силлогистикой Аристотеля. Но логики-двухзначники не восприняли этой фундаментальной коррекции их неадекватной науки, непреклонно соблюдая нелепый закон исключенного третьего.

Трехзначным аналогом пирсовой таблицы истинности является предложенная в 1870-х годах диаграмма Льюиса Кэррола [2], формально идентичная той же таблице, но истолковываемая не как класс, а как множество вещей (не экстенционально, а интенционально). Алгебраически отношение необходимого следования в кэрроловом истолковании выражается конъюнкцией существований, несуществований и несущественности вещей:

$$x \Rightarrow y \equiv \forall xy \forall y'x' \forall x'y' \equiv \forall x \forall y'x' \forall y'.$$

Данному множеству принадлежат (существуют в нем) xu' - и $x'y'$ -вещи, антипринадлежат $x'y$ -вещи, а неупомянутые в выражении $x'y$ -вещи к нему не относятся, несущественны. Такое трехзначное описание избавляет теорию множеств от свойственных ей парадоксов.

К сожалению, диалектическое мышление Кэррола, как и основоположника адекватной логики Аристотеля, все еще непостижимо для формалистов-двухзначников, даже изобретающих бессодержательные трехзначные импликации. А по сути ведь следование y из x необходимо, если сущность y содержится в сущности x .

Литература

1. Брусенцов Н.П., Владимирова Ю.С. Конструктивная компьютеризация силлогистики. // Математические методы распознавания образов (ММРО-13) -М.: МАКС-Пресс, 2007. С.10-13.
2. Льюис Кэррол. Символическая логика. // Кэррол Л. История с узелками / Пер. с англ. -М.: «Мир», 1973. С.189-361.

Опубликовано: Программные системы и инструменты. Тематический сборник № 9. М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2008. №. 127-128.