

## Устранение парадоксов и химер

Известно, что материальная импликация  $x \rightarrow y$ , которой в современной логике представлено отношение следования «Из  $x$  следует  $y$ » (« $x$  влечет  $y$ »), парадоксальна. Импликация  $x \rightarrow y$  соблюдается при несуществовании  $x$  независимо от  $y$  и при общезначимости  $y$  независимо от  $x$ . Ясно, что следования нет. Но ведь без следования не может быть логики.

Настойчивые попытки устранить парадоксы породили набор иных импликаций, ни одна из которых необходимым следованием не оказалась. Ян Лукаевич, усмотрев причину парадоксов в неадекватности двухзначной логики, изобрел в 1920 году трехзначную логику, однако определил ее путем такой модификации двухзначности, при которой парадоксальность импликации сохранилась и необходимого следования не возникло. Поразительно, что все трехзначные логики, предложенные затем Льюисом, Бочваром, Гейтингом, Собочинским и другими, явились разновидностями логики Лукаевича, также не содержащими полноценного отношения следования.

Вместе с тем изыскиваемое отношение существует в силлогистике Аристотеля, трехзначность которой Лукаевич не обнаружил, рассматривая ее «с точки зрения современной формальной логики» [1], т.е. логики, основанной на антиаристотелевой догме исключенного третьего. Алгебраизация силлогистики осуществлена в действительно трехзначной «Символической логике» Льюиса Кэррола [2], которая упорно игнорируется современными логиками, как несовместимая с их двухзначным мышлением. В «Математической логике» Клини [3] кэрролова логика названа (стр.89) «предметом развлечения», несмотря на то что в ней имеется то неоспоримое выражение необходимого следования, которого самому Клини в его обширном трактате получить не удалось.

Кэррол называет суждения существования (например: «Некоторые  $x$  существуют», «Некоторые  $xy$  существуют») *реальностями*, а суждения несуществования («Ни один  $x$  не существует», «Ни один  $xy$  не существует») – *химерами*. Однако представление и истолкование им суждений при помощи диаграмм и алгебраического «метода индексов» показывает, что реальности – это непарадоксальные суждения, а химеры – суждения с парадоксами.

Диаграмма Кэррола аналогична диаграмме Пирса – это квадрат, разделенный «стенками»  $x/x'$ ,  $y/y'$  на четыре клетки –  $xy$ ,  $x'y'$ ,  $x'y$ ,  $x'x'$ . Суждения отображаются на диаграмме при помощи красных и черных фишек. Красная фишка (обозначим ее знаком «+») – символ существования, черная фишка (знак «-») – символ несуществования. Так, красная фишка («+») на стенке  $x$  значит «Существует  $x$ », т.е.  $\forall x$ , а в квадрате  $xy$  значит «Существует  $xy$ », т.е.  $\forall xy$ . Черную фишку («-») Кэррол на стенки не ставит, а в клетке, например,  $x'y'$ , она означает несуществование  $xy'$ , т.е.  $\forall'xy'$ .

Трехзначность диаграммы и соответственно логики Кэррола в том, что клетки могут быть также пустыми, не содержащими фишек, ни «+», ни «-». Отношение необходимого следования  $x \Rightarrow y$  отображается диаграммой, в которой клетка  $x'y'$  занята фишкой «-», клетки  $x'y$  и  $x'y'$  содержат «+», а клетка  $x'y$  свободна. Алгебраически это суждение выражается в виде  $\forall x y \forall x' y' \forall x' y'$ , а методом индексов - в виде  $x_1 y'_0 \wedge y_1 x_0$ . [2, с.317].

Выражение логических взаимосвязей методом индексов сводится к тому, что существование обозначено индексом «1», а несуществование – индексом «0». При этом не используются скобки, а ради краткости принято, что действие каждого индекса распространяется от того места, где он стоит, до начала всего выражения. Например, выражение  $x_1 y'_0$  понимается как  $(x_1 y'_0)_0$  – «Существует  $x$ , не существует  $x'y'$ », т.е.  $\forall x \forall x' y'$ . На диаграмме это отношение отображается парой фишек – красной на «стенке», разделяющей класс  $x$ , и черной в клетке  $x'y'$ . Кэррол полагает, что при этом черная фишка «сталкивает» красную в клетку  $x'y$ , но на самом деле красная возникает в этой клетке, сохраняясь на стенке – при существовании  $x'y$  необходимо существует  $x$ .

Боле того, во избежание парадоксов надо признать существование первичных терминов  $x, y, z, \dots$  необходимым, и не только существование их, но и сосуществование противоположностей  $x$  с  $x', y$  с  $y', z$  с  $z', \dots$  Ведь сущности первичных терминов постижимы только сопоставлением каждого из них с его антиподом. При несуществовании антипода термин оказывается химерой – неотвратно возникает парадокс.

Парадоксы исключены в универсуме Аристотеля УА, который необходимо подчинен Гераклитову принципу сосуществования противоположностей:  $\forall x \forall x' \forall y \forall y' \forall z \forall z' \dots$  [4]. В УА «строгая импликация Льюиса  $\forall x' y'$  утрачивает парадоксальность, превращаясь в необходимое аристотелево следование:  $\forall x' y' \forall x \forall y \equiv (x \Rightarrow y) (y' \Rightarrow x')$ .

В силлогистике Аристотеля непарадоксальность логических выражений в УА подтверждается контрапозитивностью общеутвердительной посылки:

$$A x y \equiv A y' x' \equiv A x y A y' x' \equiv (x \Rightarrow y) (y' \Rightarrow x') - \text{«Все } x \text{ суть } y \text{ и все } y' \text{ суть } x' \text{»}.$$

В современных исчислениях эта посылка, утратив контрапозитивность, обрела парадоксы материальной импликации. А логики оправдывают неотобразимость силлогистики в их несовершенной системе устарелостью теории Аристотеля. Но ведь у Аристотеля, как и у Кэррола, следование непарадоксально!

Несуществование  $x'y'$ , квалифицируемое Льюисом как «строгая импликация»  $\forall x' y'$ , в булевой алгебре равносильно  $\neg(x'y') = x' \vee y = x \rightarrow y$  - материальной импликации. А в силлогистике Аристотеля в силу неперемного в реальности и принятого в УА сосуществования противоположностей  $\forall x \forall x' \forall y \forall y'$  несуществование  $x'y'$  означает несовместимость  $x$  с  $y'$ , т.е.  $\forall x' y' \forall x \forall y'$ . В силлогистике эта несовместимость обозначена  $I' x y' -$  «Ни один  $x$  не есть  $y'$ , ни один  $y'$  не есть  $x$ », т.е. «Всякое  $x$  суть  $y$ , всякое  $y'$  суть  $x'$ »,

$I'xy \equiv AxuAy'x'$ . Это выразимо и так, что несовместимость  $x$  с  $y'$  обусловлена тем, что сущность  $y$  содержится в сущности  $x$ , а сущность  $x'$  содержится в  $y'$ , и потому из  $x$  необходимо следует  $y$ , а из  $y'$  необходимо следует  $x'$ ,  $(x \Rightarrow y)(y' \Rightarrow x')$ .

Соблюдённость принципа сосуществования противоположностей в УА позволяет свести отношение следования  $x \Rightarrow y$  к несуществованию  $xy'$ , выразимому как  $V'xy'$ , а методом индексов Кэррола как  $(xy')_0$ . Доказательство первой фигуры силлогизма  $(x \Rightarrow y)(y \Rightarrow z) \Rightarrow (x \Rightarrow z)$  в УА тождественно доказательству этого отношения для несовместимостей  $(xy')_0, (yz')_0, (xz')_0$

$$(xy')_0(yz')_0 \equiv (xy' \vee yz')_0 \equiv (xy'z \vee xy'z' \vee xyz' \vee x'yz')_0 \equiv (xy' \vee xz' \vee yz')_0 \equiv (xy')_0(xz')_0(yz')_0 \Rightarrow (xz')_0.$$

В УА выражение  $(xz')_0$  равнозначно  $AxzAz'x'$ , т.е.  $(x \Rightarrow z)(z' \Rightarrow x')$ , тогда как в универсумах, не подчиненных принципу сосуществования противоположностей, оно истолковывается как материальная, либо строгая, либо иная парадоксальная импликация, т.е. оказывается химерой.

Парадоксы исключены при неукоснительном соблюдении принципа сосуществования противоположностей, подобно тому как это достигнуто в аристотелевой силлогистике, хотя упоминания о самом принципе в ней нет.

Трехзначность логики Аристотеля наглядно проявляется в том, что наряду с противоположностью суждений  $AxuAy'x'$  и  $Axu'Ax'$  («Все  $x$  присуще  $y$ », «Все  $x$  антиприсуще  $y$ ») имеется третья, отрицающая оба, -  $Ixy'Ixy$  («Некоторым  $x$  антиприсуще, а некоторым присуще  $y$ »).

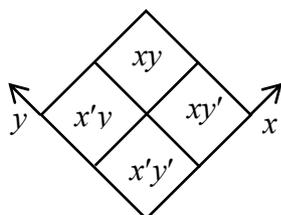
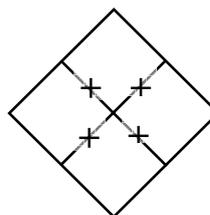
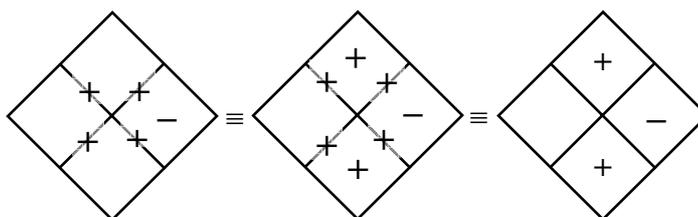


Диаграмма Кэррола



Универсум Аристотеля УА:  
 $VxVx'VyVy'$



Аристотелево непарадоксальное следование

$$(x \Rightarrow y)(y' \Rightarrow x')$$

$$VxVx'VyVy'V'xy' \equiv Vxy Vx'y'V'xy'$$

### *Литература*

1. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. – М.: ИЛ, 1959.
2. Кэррол Л. Символическая логика // Льюис Кэррол. История с узелками.- М.: «Мир», 1973.
3. Клини С.К. Математическая логика. – М.: «Мир», 1973.
4. Брусенцов Н.П. Дедукция, диалектика и аристотелево содержательное следование. – Донецк: «Искусственный интеллект», 2'2000. С.235-291. М.:Фонд «Новое тысячелетие», Реставрация логики, 2005. С.19-28.

Опубликовано: Брусенцов Н.П. Устранение парадоксов и химер. – М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2010.