

Отношение следования в универсуме силлогистических суждений

Во второй части "Символической логики" [2] Льюис Кэрролл рассматривает отношения, в которых из данности одного силлогистического суждения следует данность другого, т.е. в качестве универсума рассмотрения взяты выразимые в силлогистике отношения. Исследуется задача отыскания следствия из набора посылок, каждая из которых устанавливает взаимосвязь между отношениями. Так в главе II *Problems of Sequences* приведен следующий пример:

- (1¹) Если все a есть b , то ни один c не есть d .
- (2¹) Если некоторые a есть не- b , то некоторые c есть не- d .
- (3¹) Из этого следует, что если все c есть d , то ни один a не есть b .

Сокращенно этот пример можно записать следующим образом:

- (1²) $Aab \Rightarrow Ecd$
- (2²) $Iab' \Rightarrow Icd'$
- (3²) Следствие: $Acd \Rightarrow Eab$

Требуется доказать, что из (1) и (2) следует (3). Кэрролл использует следующий способ доказательства, который он называет методом деревьев. Антецедент Acd из доказываемого суждения (3) предполагается данным, и среди условий отыскиваются такие, в которых при данности Acd либо также дан антецедент, либо исключен консеквент. Так в рассматриваемом примере данность суждения Acd противоречит суждению Ecd - консеквенту из (1). Вследствие контрапозитивности отношения следования, (1) тождественно $(Ecd)' \Rightarrow (Aab)'$, т.е. отношение Aab исключено, когда исключено Ecd . Аналогично, предполагаемая данной посылка Acd противоречит и Icd' - консеквенту из (2), следовательно, исключено также и отношение Iab' - антецедент из (2).

Следует заметить, что Кэрролл не отождествляет отношение следования, выраженное в рассматриваемом примере словами "если ..., то ..." с общеутвердительным суждением. При получении вывода (3) им явно используется свойство контрапозитивности следования ($x \Rightarrow y$ равносильно $y' \Rightarrow x'$), в то время как общеутвердительное суждение он выражает через суждения существования как $\forall xyV'xy'$, где $\forall xy$ обозначает существование xy -вещей, а $V'xy'$ - несуществование $x'y'$ -вещей [1]. Данность общеутвердительного суждения по Кэрроллу не предполагает необходимость $x'y'$ -вещей. По этой причине суждение "Все x есть y " у Кэрролла нетождественно суждению "Все не- y есть не- x ", и свойство контрапозитивности общего суждения, имеющее место в реальности, оказывается упущенным.

Исключенность общего суждения Aab по Кэрроллу обеспечивается либо существованием ab' , либо несуществованием ab , исключенность частного суждения Iab' - несуществованием ab' , что совместно дает несуществование ab -вещей, которое у Кэрролла тождественно отношению Eab [1].

Остается неясным, почему Кэрролл не делает более общий вывод, который следует из (1) и (2) при допущении Acd : поскольку не существует ни одной ab -вещи и ни одной ab' -вещи, то в рассмотрении нет вообще ни одной вещи, которой был бы присущ a . В логике Кэрролла оперирование особенностями, которые не присущи ни одной вещи, допустимы; считается, что они могут участвовать в каких-то отношениях.

В действительности если в рассмотрении оказывается такая особенность, то, очевидно, всем исследуемым вещам присущ ее антипод, а это означает, что характеристика каждой вещи, выраженная конъюнкцией особенностей, обязательно содержит соответствующий термин. В этом случае как сама особенность, так и ее антипод не играют никакой роли для выявления взаимосвязей и могут быть исключены из рассмотрения. Другими словами, коррекция логики Кэрролла принятием принципа сосуществования противоположностей [3], согласно которому рассматриваются только особенности, представленные вместе со своими антиподами хотя бы одной вещью, не приводит к упущению каких-либо значимых взаимосвязей.

Решение приведенной задачи (1)-(3) может быть осуществлено методом индексов Кэрролла [1], приведенным в соответствие с принципом сосуществования противоположностей, применительно к универсуму, в котором в качестве особенностей взяты силлогистические отношения. Вещами в этом случае оказываются ситуации, характеризующиеся отношениями, необходимо имеющими место в этих ситуациях, либо необходимо исключенными. Так, если в приведенном примере обозначить $Aab = x$, $Acd' = y$, $Icd' = z$, то, например, условие (1) можно представить как Axy .

Покажем, что введенный универсум удовлетворяет принципу сосуществования противоположностей, т.е. что для каждой особенности, означающей отношение, существует антипод. В силлогистике антипод x' особенности x - это особенность, присущая всем вещам, лишенным особенности x . Если вещь может быть присуща как x , так и x' , данная особенность для вещи несущественна. Поскольку в рассматриваемом случае $x = Aab$, то x' присущ всем ситуациям, которым не присуще Aab , т.е. таким, в которых Aab невозможно.

Отношение Aab выражается через суждения существования как $Aab = \forall ab \vee ab' \forall a'b'$, откуда видно, что данное отношение невозможно в ситуациях, в которых исключены ab - или $a'b'$ -вещи, либо необходимо имеются ab' -вещи, т.е. в таких, в которых необходимо имеется одно из отношений: Iab' , Aab' , $Aa'b$.

Так если в некоторой ситуации необходимо $Aa'b = \forall a'b \vee a'b' \forall ab'$, то Aab в этой ситуации невозможно, поскольку $Aa'b$ предполагает исключенность $a'b'$, необходимого для Aab . Аналогичным

образом несовместимы противоположные Aab' и Aab . В силу контрапозитивности $Aab \equiv Ab'a'$, и $Aa'b \equiv Ab'a$ противоположно $Ab'a'$.

Отношение $Iab' = \forall ab' \forall a' \forall b'$ содержит ab' , который исключен при наличии $Aab = \forall ab' \forall a' \forall b'$, следовательно Iab' также несовместима с Aab и является одной из ситуаций, для которых характерно x' . Отношение эквивалентности $(a = b') \equiv Aa'b Ab'a$ также обладает особенностью x' .

Собрав все приведенные рассуждения вместе, получим:

$$x' = Iab' \vee Aab' \vee Aa'b \vee (a = b') = Iab' = \neg(Aab).$$

Таким образом, все возможные отношения между a и b можно отнести либо к таким, для которых характерно $x - Aab$ и Iab , либо к таким, для которых характерно x' , либо к таким, для которых x несуществен - в данном случае это эквивалентность $(a = b) \equiv Aa'b Ab'a$.

Из сказанного следует, что в рассматриваемом универсуме силлогистических суждений каждая вещь – силлогистическое суждение имеет суждение-антипод, и, следовательно, данный универсум удовлетворяет принципу сосуществования противоположностей, и в нем возможно рассуждение. В частности можно использовать метод индексов для исследования отношений из приведенного примера.

Учитывая, что $Iab' = \neg(Aab) = x'$, $Icd = \neg(Acd') = y'$, $Acd = \neg(Icd') = z'$, а также то, что термины рассматриваемого универсума не являются независимыми, поскольку z обозначает частное суждение Icd' а, y – общее Acd' , т.е. имеет место Ayz , преобразуем условия (1) и (2) задачи в:

$$(1^3) \quad Axu$$

$$(2^3) \quad Ax'z$$

Таким образом получен модус *barbara*, следствием из которого является суждение $Az'u$, означающее «если не Icd' , то Acd' » или, по-другому, «если Acd , то Acd' », т.е. противоречие, говорящее о том, что задача сформулирована неверно.

Литература

1. Кэрролл Л. Символическая логика. // История с узелками. – М.: "Мир", 1973.
2. Carroll L. Symbolic logic / Ed., with annotations a. an introd. By Bartley W.W. - N.Y.: Clarkson N.Potter, 1977. - XXV, 496 p. – Cont.: Pt I: Elementary, Pt 2: Advanced, never previously published.
3. Брусенцов Н.П., Владимирова Ю.С. Конструктивная компьютеризация силлогистики // Математические методы распознавания образов. ММРО-13. – М.: МАКС-Пресс, 2007. С. 10-13.

Опубликовано: Н.П. Брусенцов, Ю.С. Владимирова. Аристотелева силлогистика в символической логике Льюиса Кэрролла. М: - Фонд «Новое тысячелетие», 2011. С. 9-11.