

**Алгебраическая реконструкция силлогистики**

Н.П.Брусенцов

Логику, которая по мнению Аристотеля “прокладывает путь к началам всех учений” [1, 101b3] принятый стоиками противоестественный закон исключенного третьего превратил в парадоксальную “мертвую схоластику”. Эту практически бесполезную, а в условиях нынешней формальной информатизации крайне опасную, логику по недоразумению считают аристотелевой и пытаются исправить положение, изобретая “неаристотелевы логики”. Но ведь в подлинной логике Аристотеля нелепостей не было - его силлогистика непарадоксальна, а непогружаемость ее в современные логические исчисления явно указывает на их неадекватность. Поэтому совершенствовать логику надлежит путем реанимации, осознания и развития того, что создано Аристотелем.

В силлогистике общеутвердительная посылка “Все  $x$  суть  $y$ ” выражает отношение необходимого следования  $y$  из  $x$ , определенное Аристотелем в “Первой аналитике” [1, 57b1]:

“...когда два [предмета] относятся друг к другу так, что если есть один, необходимо есть и второй, тогда, если нет второго, не будет и первого; однако если второй есть, то не необходимо, чтобы был первый. Но невозможно, чтобы одно и то же было необходимо и когда другое есть, и когда его нет”.

Здесь “первый” и “второй” суть качества-термины  $x$  и  $y$ , сочетаниями присущности которых -  $x$ ,  $y$  и антиприсущности  $x'$ ,  $y'$  обозначаются сущности рассматриваемых вещей. Например,  $xy$  обозначает сущность вещи, которой совместно присущи качества  $x$  и  $y$ , а  $x'y'$  – присущность  $x$  и антиприсущность  $y$ . То, что “второй” необходимо есть (не может не быть), когда есть “первый”, составляет следование  $y$  из  $x$ , а то, что “первого” не может быть, когда нет “второго” - следование  $x'$  из  $y'$ . Ни одна  $x$ -вещь не может быть  $x'y'$ -вещью и поэтому непременно будет  $xy$ -вещью, а каждая  $y'$ -вещь соответственно будет  $x'y'$ -вещью. Качество  $y$ , присущее  $x$ -вещам, необходимо содержится в их сущности, поэтому следование  $x \Rightarrow y$  называют содержательным. Однако  $x'$ -вещам то же качество  $y$  не присуще и не антиприсуще, для них оно несущественно (может быть, а может не быть). Аристотель называет такое “привходящим”. Это именно то диалектическое третье, которое в формальной логике устранено принятием закона исключенного третьего.

Лишившись своего фундаментального отношения трехзначного необходимого следования, немислимого в условиях двухзначности, логика утратила адекватность, стала практически бесполезной, а в условиях нынешней огульной информатизации весьма небезопасной и вредной. Дело не столько в безуспешности усилий по созданию искусственного интеллекта, как в извращении и разрушении интеллекта естественного. Обученные противоестественной логике люди не полагаются на здравый смысл, а уверенно действуют по ее нелепым правилам. Поразительно, что на протяжении более двух тысяч лет буквально единицы смогли устоять против дьявольского закона (Раймонд Луллий, Дунс Скот, Уильям Оккам, Михаил Ломоносов, Льюис Кэррол), навлекая на себя всеобщую неприязнь. Пресловутый закон настойчиво приписывается Аристотелю, вопреки очевидной трехзначности его силлогистики, которая оттого и не вписывается в современные логические исчисления, что в них недостает третьего, частное не подчинено общему и из ничего следует все, что угодно, вопреки тому что из ничего следовать ничто не может.

Нельзя не признать, что традиционное (экстенциональное) истолкование силлогистики труднопостижимо, о чем убедительно свидетельствует уже то, что в общеутвердительной посылке все еще не распознано отношение следования. Но ведь уже более ста лет существует “Символическая логика” Льюиса Кэррола [2] с содержательной интенциональной трактовкой, но она игнорируется официальной наукой. Впрочем, игнорируют либо извращают и разъяснения самого Аристотеля, например, 43b - 44b в “Первой аналитике”, как и цитированное выше определение следования.

Ян Лукасевич исследуя силлогистику “с точки зрения современной формальной логики”, заключил [3, с.94], что аристотелево утверждение “Но невозможно, чтобы одно и то же было необходимо и когда другое есть, и когда его нет” ошибочно, ибо ему не удовлетворяет двухзначный эрзац отношения следования - материальная импликация. Это впечатляющий пример заключения посредством логики, в которой нет следования: ведь несвойственность подчеркнутой Аристотелем существенной особенности отношения следования материальной импликации свидетельствует как раз о том, что эта импликация не есть следование. Действительно, ей присущи парадоксы, которых ни у полноценного аристотелева следования, ни в силлогистике в целом нет.

С тем, что парадоксы в логике недопустимы, согласны все, и бесчисленные попытки устранить их настойчиво предпринимаются на протяжении многих лет, но тщетно - в двухзначной логике они неустранимы. А поскольку в неизвращенной логике Аристотеля парадоксов нет, то надо устранять причину, по которой они возникли - закон исключенного

третьего. Адекватная логика должна быть трехзначной, допускающей наряду с “есть” и “нет” промежуточное - “может быть, может не быть”, и, как справедливо отметил Аристотель [1, 43а44]: “Рассуждения и исследования имеют своим предметом главным образом, пожалуй, это промежуточное”.

Как видно из аристотелева определения, первопричина следования  $x \Rightarrow y, y' \Rightarrow x'$  в несовместимости  $x$  с  $y'$ , которая равносильна несуществованию  $xy'$  при сосуществовании  $x$ -вещей и  $y'$ -вещей. Именно в силу этой несовместимости  $x$ -вещи не могут не быть  $y$ -вещами, а  $y'$ -вещи непременно будут  $x'$ -вещами.

Сосуществованием противоположностей по каждому из рассматриваемых терминов -  $\forall x \forall x' \forall y \forall y' \dots$  определена сущность положенного в основание силлогистики универсума Аристотеля УА [4]. Парадоксы логики обусловлены нарушениями принципа сосуществования противоположностей, порождающими химеры - суждения о беспредметных, ничего не означающих терминах. Для оздоровления логики достаточно неукоснительного соблюдения принципа сосуществования противоположностей, поскольку с законом исключенного третьего он несовместим.

Силлогистика в интенциональном истолковании есть учение о сущностях качеств, об определяемых совокупностями качеств вещах и об отношениях, которыми могут быть взаимосвязаны качества и вещи, а также и сами отношения, друг с другом. Первичными сущностями полагаются не единичные (индивидуальные) вещи, как это принято в экстенциональной традиционной силлогистике, а простейшие несоставные качества, обозначаемые терминами  $x, y, z, \dots$ , сущности которых выявляются сопоставлением вещей, обладающих данным, например,  $x$ , качеством, с вещами, антиобладающими им, с  $x'$ -вещами.

Качество, которым вещь обладает, содержится в ее сущности и называется *присущим* этой вещи. Антиобладаемое качество называется *антиприсущим* либо *неприсущим*. Однако имеется еще третье - *привходящее*, т.е. такое, обладание которым для сущности данной вещи не имеет значения. Например, ромбу прямоугольность не присуща, хотя и не антиприсуща. Поэтому вместо присущности и антиприсущности качества  $x$  говорят о присущности *особенностей*  $x$  либо  $x'$ , ни одна из которых не присуща, если качество  $x$  несущественно.

Алгебраически несущественность термина выражают умалчиванием его в характеризующем сущность вещи сочетании особенностей. Например, вещь, которой присуще  $x$ , антиприсуще  $z$ , а  $y$  не присуще и не антиприсуще, характеризуется конъюнкцией  $xz'$ , умалчивающей термин  $y$ . Аналогично, в выражении необходимого следования

$$(x \Rightarrow y) \equiv \forall x y' \forall x y \forall x' y'$$

члены  $\forall xy$  и  $\forall x'y'$  означают принадлежность характеризуемой совокупности  $xy$ -вещей и  $x'y'$ -вещей, а член  $\forall'xy'$  - антипринадлежность  $xy'$ -вещей, тогда как несущественный член  $\forall x'y$  умалчивается.

Рассматриваемое выражение отношения следования  $x \Rightarrow y$  представляет собой подмножество реализованного в УА декартова произведения

$$\{x, x'\} \times \{y, y'\} \equiv \{xy, xy', x'y, x'y'\}$$

в котором исключена принадлежность ему  $xy'$ -вещей признанием их несуществующими -  $\forall'xy'$ . В таком подмножестве  $x$ -вещи и  $y'$ -вещи необходимо становятся  $xy$ - и  $x'y'$ -вещами, возмещающими, в частности, существование  $x'$ - и  $y$ -вещей:

$$\forall'xy' \forall x \forall y \equiv \forall'xy' \forall xy, \quad \forall'xy' \forall x' \forall y' \equiv \forall'xy' \forall x'y',$$

$$\forall'xy' \forall x \forall x' \forall y \forall y' \equiv \forall'xy' \forall xy \forall x'y'.$$

В экстенциональном универсуме УБ, составляющем основание двухзначной булевой логики классов, несуществование  $xy'$ -вещей равносильно дополнению класса  $xy'$ , определяющему отношение материальной импликации

$$(x \rightarrow y) \equiv \neg(xy') \equiv xy \vee x'y \vee x'y' \equiv x' \vee y.$$

Это отношение соблюдено при наличии  $y$ -вещей, независимо от существования  $x$ -вещей. Более того, оно необходимо выполняется, когда  $x$ -вещей нет, причем независимо от того, существуют  $y$ -вещи или нет: “из невозможного следует все, что угодно”. Но ведь следовать должно нечто определенное, и бессмысленно следование из ничего. Ясно, что материальная импликация не отношение, а типичная химера, суждение невещь о чем. Стоики подправили положение, введя *modus ponens*, требующий существования  $x$ -вещей, а в современной логике парадоксы импликации “узаконены”. Поэтому безупречные модусы силлогистики математической логикой отвергаются как недоказуемые. Более того, истинность общего суждения, вопреки здравому смыслу, не влечет истинности подчиненного ему частного. Так, из “Все  $x$  суть  $y$ ” не следует “Некоторые  $x$  есть  $y$ ”. Причина этих нелепостей якобы в оправдываемом математическими применениями логики отклонении от аристотелева истолкования общеутвердительного суждения [5, с.79]. На самом деле все обусловлено двухзначностью математической логики, воспроизводящей осуществленную античными стоиками подмену трехзначного содержательного следования парадоксальной материальной импликацией.

Упорядоченная на основе принципа сосуществования противоположностей силлогистика лишена возможности неадекватных истолкований. Суждение “Все  $x$  суть  $y$ ” в ней

неотождествимо с “Не существуют  $xу$ ”, тогда как подобное допускал даже Льюис Кэррол, полагая, что общеприцательное суждение  $Еху$  тождественно  $V'ху$ , т.е. не требует сосуществования своих терминов. В воссозданной посредством шадящего принципа силлогистике четыре вида общих и четыре вида частных суждений:

$$\begin{array}{ll} Аху \equiv Ау'х' \equiv V'ху'VхуVх'у', & Iху \equiv VхуVх'Vу', \\ Аху' \equiv Аух' \equiv V'ху'Vху'Vх'у', & Iху' \equiv Vху'Vх'Vу, \\ Ах'у \equiv Ау'х \equiv V'х'у'Vху'Vх'у', & Iх'у \equiv Vх'у'VхVу', \\ Ах'у' \equiv Аух \equiv V'х'у'VхуVх'у' & Iх'у' \equiv Vх'у'VхVу. \end{array}$$

Традиционный “квадрат противоположностей”  $Аху-Аху'-Iху'-Iху$  в действительности оказывается кубом с вершинами  $Аху-Аху'-Ах'у'-Ах'у$ ,  $Iху-Iху'-Iх'у'-Iх'у$ . Каждой общей посылке подчинена пара частных. Например:  $Аху \vDash IхуIх'у'$ ,  $Аху' \vDash Iху'Iх'у$ . Каждой общей посылке две общих контрарны, а третья обратна ей. Например: посылке  $Аху$  контрарны  $Аху'$  и  $Ах'у$ , а  $Ах'у' \equiv Аух$  обратна. В случаях невыполнения обеих контрарных посылок выполняется одна из двух прочих. Например: если невозможны  $Аху$  и  $Аху'$ , то имеет место  $Аух$  либо  $Ах'у$ . Каждая общая посылка несовместима с одной из частных и две частные подчинены ей. Например:  $Аху$  несовместима с  $Iху'$  и подчиняет  $Iху$  и  $Iх'у'$ , тогда как  $Аху'$  несовместима с  $Iху$  и подчиняет  $Iх'у$  и  $Iху'$ .

Силлогизмы, выявляющие отношение, которым взаимосвязаны друг с другом термины  $x$  и  $z$ , из отношений, связывающих  $x$  с  $у$  и  $у$  с  $z$ , сводятся к четырем видам заключений:

$$\begin{array}{ll} АхуАуz \vDash Аxz, & АхуАу'z \vDash Ix'z, \\ IхуАуz \vDash Ixz, & АхуIу'z \vDash Ix'z. \end{array}$$

Инверсией одного, двух либо всех трех терминов из этих выражений получаются 32 модуса силлогизмов первой фигуры. Например, восемь модусов первой фигуры с общими заключениями:

$$\begin{array}{ll} АхуАуz \vDash Аxz, & АхуАуz' \vDash Аxz', \\ Аху'Ау'z \vDash Аxz, & Ах'уАуz' \vDash Аx'z', \\ Ах'у'Ау'z' \vDash Аx'z', & Ах'уАуz \vDash Аx'z, \\ Аху'Ау'z' \vDash Аxz', & Ах'у'Ау'z \vDash Аx'z. \end{array}$$

Аналогично и в таком же количестве формируются модусы других фигур инвертированием терминов в соответствующих четверках заключений.

Для второй фигуры:

$$АхуАзу' \vDash Аxz', \quad АхуАзу \vDash Ix'z',$$

$$IxyAzy' \vDash Ixz',$$

$$AxyIz'y' \vDash Ix'z'.$$

Для третьей фигуры:

$$AyxAy'z \vDash Ax'z,$$

$$AyxAyz \vDash Ixz,$$

$$Iy'x'Ay'z \vDash Ix'z,$$

$$AyxIyz \vDash Ixz.$$

Для четвертой фигуры:

$$AyxAzy \vDash Ax'z',$$

$$Ay'xAzy \vDash Ixz',$$

$$AyxIzy \vDash Ixz,$$

$$Iy'xAxy \vDash Ixz'.$$

Путем представленного на примере первой фигуры инвертирования терминов в четырех фигурах всего получается 128 правильных модусов категорического силлогизма вместо 19-ти, установленных традиционной силлогистикой и 15-ти из них, признаваемых математической логикой. В воссозданной таким образом на основе принципа сосуществования противоположностей силлогистике нет ни парадоксов, ни химер. Это полноценное, адекватное реальности и естественному интеллекту начало логики бытия.

Исчерпывающая алгебраизация важнейшего фрагмента силлогистики убедительно подтверждает реальность воссоздания естественной, благоразумной логики Аристотеля на основе диалектического принципа сосуществования противоположностей. Это непростая и весьма трудоемкая, но принципиально неизбежная перестройка неадекватной двоичной информатики с ее компьютерным арсеналом и вынуждаемого ею парадоксального мышления. Ключевое условие практической реализации столь основательного оздоровления логики - создание троичного компьютера, безукоризненно воплощающего диалектический принцип.

#### Список литературы

1. Аристотель Сочинения в четырех томах. – М.: «Мысль», т. 1 – 1975, т. 2 – 1978.
2. Кэррол Л. Символическая логика // Льюис Кэррол. История с узелками. – М.: «Мир», 1973.
3. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. – М.: ИЛ, 1959.
4. Брусенцов Н.П. Блуждание в трех соснах (Приключения диалектики в информатике). – М.: SvR-Аргус, 2000, <http://ternarycomp.narod.ru/3PINES.DOC>.
5. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. – М: ИЛ, 1947.

### **Аннотация**

Воссоздание категорической силлогистики Аристотеля на основе несовместимого с законом исключенного третьего диалектического принципа сосуществования противоположностей.

Опубликовано в журнале «Информационные технологии», 2008, № 2, с. 7-10