

Конструктивная компьютеризация силлогистики

Н.П. Брусенцов, Ю.С. Владимирова

Аристотелева силлогистика непарадоксальна и не вписывается в исчисления «классической» логики, потому что в основе ее лежит принцип сосуществования противоположностей [1, с. 87-92], предотвращающий возникновение химер, в частности именуемых парадоксами и провозглашаемых законами, но не соответствующих реальности, подобно положенному в основу формальной логики хризиппову закону исключенного третьего, отвергающего сосуществование противоположностей и заблокировавшего развитие диалектической логики Аристотеля.

Воссозданная на основе принципа сосуществования силлогистика – вовсе не «узкая система, неприменимая ко всем видам рассуждений», как это «установлено» Яном Лукасевичем, а наоборот, совершенно безупречная, адекватная, диалектическая логика, однако трехзначная и потому в двухзначных исчислениях не отображаемая. Булева алгебра допускает трехзначность только в элементарных конъюнкциях и дизъюнкциях. Так конъюнкции xuz , $xu'z$, xu различаются тем, что термин z первой присущ, второй антиприсущ, а в третьей присущность его несущественна: $xu(z\vee z') \equiv xu$, в ней z умалчивается. К сожалению для членов ДНФ и КНФ подобное не предусмотрено: умалчивание означает исключенность члена, а несущественность неотображима, третье невозможно. Естественней (и единообразней) сохранить принятое в элементарных выражениях – умалчивать несущественное и ввести функтор исключения, допустим, «минус». Теперь непарадоксальную импликацию (полноценное следование) $x \Rightarrow y$ можно выразить трехчленом $xu \vee -xu' \vee x'y'$, тогда как материальная импликация $x \rightarrow y$ будет: $xu \vee -xu' \vee x'y \vee x'y'$. Это экстенциональный (объемный) вариант подчинения логики высказываний принципу сосуществования противоположностей.

Суждения силлогистики истолковываются интенсинально – в них речь не о высказываниях и предикатах, а о существовании/несуществовании «вещей», охарактеризованных совокупностями их существенных особенностей. Выражающая отношение следования $x \Rightarrow y$ общеутвердительная посылка Axy («Все x суть y ») представима конъюнкцией трех дизъюнктов:

$$Axy \equiv \forall xy \forall'xy' \forall x'y'$$

$\forall xy$ – существование xu -вещей, $\forall'xy'$ – несуществование xu' -вещей, $\forall x'y'$ – существование $x'y'$ -вещей. Умалчивание существования/несуществования $x'y'$ -вещей означает несущественность его для представленного отношения.

В минимальной форме $Axy \equiv \forall x \forall'xy' \forall y'$, а в универсуме Аристотеля УА [1, с. 91], необходимо подчиненном принципу сосуществования противоположностей $\forall x \forall x' \forall y \forall y'$, т.е. предполагающем, что x -, x' -, y -, y' -вещи необходимо существуют, $\forall'xy'$ истолковывается как $\forall x \forall'xy' \forall y'$ - несовместимость x с y' , что равносильно $x \Rightarrow y$. Таким образом, дизъюнкт $\forall'xy'$, означающий в модальной логике парадоксальную «строгую импликацию» Льюиса [3] в универсуме Аристотеля обретает смысл полноценного содержательного следования.

Общеотрицательная посылка Exy «Все x суть y' » получается из Axy инверсией y : $Exy \equiv Axy' \equiv \forall'xy \forall x' \forall y'$. Частноутвердительная посылка Ixy «Некоторые x суть y », «Существуют xu », несовместимая с общеотрицательной, в УА равнозначна ее инверсии: $Ixy \equiv inv(\forall'xy) \equiv \forall xy$, что с учетом $\forall x \forall x' \forall y \forall y'$ означает $Ixy \equiv \forall xy \forall x' \forall y'$. Соответственно частоотрицательная посылка Oxy как инверсия общеутвердительной

Axy будет $Oxy \equiv \forall xy \forall x' \forall y' \equiv Ixy'$. Таким образом при использовании инверсии терминов в силлогистике достаточно двух функторов – А и I. При этом восполнимы упущенные традиционной теорией отношения: $Ax'y$, $Ax'y'$, $Ix'y$, $Ix'y'$.

Наша цель – компьютеризация восполненной и упорядоченной посредством принципа сосуществования противоположностей аристотелевой силлогистики путем конструктивного кодирования [4] ее суждений и программной реализации умозаключений (модусов). Предполагается принятое в УА истолкование выражений.

Вывод из пары общих посылок общего заключения реализуется склеиванием их (элиминацией среднего термина). Например, модус Barbara:

$$\begin{aligned} AxyAyz &\equiv \forall'xy' \forall'yz' \equiv \forall'(xy' \vee yz') \equiv \forall'(xy'z \vee xy'z' \vee xyz' \vee x'yz') \equiv \\ &\equiv \forall'(xy' \vee xz' \vee yz') \equiv \forall'xy' \forall'xz' \forall'yz' \Rightarrow \forall'xz' \equiv Axz. \end{aligned}$$

В случае неосуществимости склеивания общего заключения нет, но из пары общих посылок непременно есть частное заключение, для получения которого вместо одной из общих употребляются подчиненные ей частные, с одной из которых заключение необходимо будет. Например, из $Axy'Ayz$ общего заключения нет. Посылке Axy' подчинены $Ixy' \equiv \forall xy'$ и $Ix'y \equiv \forall x'y$.

$$Ixy'Ayz \equiv \forall xy' \forall'yz' \equiv \forall xy' (\forall'xyz' \vee \forall'x'yz') - \text{нет заключения.}$$

$$Ix'yAyz \equiv \forall x'y \forall'yz' \equiv \forall x'y (\forall'xyz' \vee \forall'x'yz') \Rightarrow \forall x'y \forall'x'yz' \Rightarrow \forall x'yz' \Rightarrow \forall x'z' \equiv Ix'z.$$

Таким образом из пары с общим (средним) термином, включающей общую и частную посылки, заключение возможно, но не необходимо. Из пары частных посылок заключение, как известно, невозможно.

Компьютеризация категорической силлогистики просто и экономно реализуется при помощи четырехтертных конструктов [4], кодирующих трехтерминные дизъюнкты существования и несуществования. Значение первого (головного) трита указывает тип дизъюнкта: “+” – существование, представляющее частную посылку, “-” – несуществование, общая посылка. Последующие триты сопоставлены терминам x, y, z , указывая их статусы. Например, $\forall xy'z \equiv (++-+)$, $\forall xy \equiv (+++0)$, $\forall x'z \equiv (+-0+)$, $\forall'xy' \equiv (-+-0)$, $\forall'xy'z \equiv (-++-)$, $\forall'xz' \equiv (-+0-)$.

Общее заключение из пары общих посылок, если оно существует, достигается склеиванием (потритным «логическим сложением» \oplus) соответствующих конструктов. Например,

$$Axy'Ay'z' \equiv \forall'xy \forall'y'z' \equiv (-++0) \oplus (-0-+) \equiv (-+0+) \equiv \forall'xz' \equiv Axz'.$$

Частное заключение получается склеиванием конструкта, кодирующего частную посылку с инверсией представляющего общую. Например,

$$Ix'y'Ay'z' \equiv (+--0) \oplus inv(-0-+) \equiv (+--0) \oplus (+0+-) \Rightarrow (+-0-) \equiv Ix'z'.$$

Если склеивания (элиминации среднего термина) нет, то и заключения не существует.

Интеллект реализованной в диалоговой системе структурированного программирования ДССП программы силлогистического вывода значительно превзошел то, что достигнуто «невооруженными» умами людей. Число правильных модусов, составляющее в традиционной логике 19, а в математической логике сокращенное до 15, оказалось равным 128.

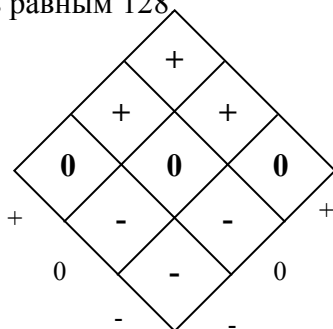


Рис. 1. Таблица операции \oplus

Литература

1. Брусенцов Н.П. Искусство достоверного рассуждения. – М.: Фонд «Новое тысячелетие», 1998.
2. Брусенцов Н.П. Трехзначная интерпретация силлогистики Аристотеля // Историко-математические исследования. Вторая серия. Выпуск 8 (43) – М.: «Янус-К», 2003. С. 317-327.
3. Слинин Н.И. Современная модальная логика. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1976. С. 8.
4. Брусенцов Н.П., Владимирова Ю.С. Троичная компьютеризация логики // Математические методы распознавания образов. ММРО –12. – М.: МАКС-Пресс, 2005. С. 40-42.

Опубликовано в «Математические методы распознавания образов: 13-я Всероссийская конференция». М.: МАКС-Пресс, 2007. С. 10-13.